**18.11.21г.**

**Математика ( геометрия)**

***Выполнить конспект (в тетрадь записать все , что выделено жирным шрифтом) и решить задачи.***

Срок сдачи: 22.11.2021г. (фотоотчет на почту: [Lysechko@yandex.ru](mailto:Lysechko@yandex.ru))

**Тема: Аксиомы стереометрии**

Мы начинаем изучение систематического курса следующего раздела геометрии –

стереометрии.На какие вопросы мы должны сегодня получить ответы: Что изучает

стереометрия? Каковы основные фигуры стереометрии? Какими основными свойствами они

обладают?

* **Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве.**
* В стереометрии, также как и в планиметрии, свойства геометрических фигур устанавливаются путём доказательства соответствующих теорем.
* При этом отправными являются свойства основных геометрических фигур, сформулированных в виде аксиом.
* **Аксиомы – это первоначальные факты геометрии, которые принимаются без доказательств** и позволяют вывести из них дальнейшие факты этой науки.

По словам Аристотеля: *«Аксиомы обладают наивысшей степенью общности и представляют начала всего»*

Фридрих Энгельс говорил, что *«Так называемые аксиомы математики – это те немногие мыслительные определения, которые необходимы в математике в качестве исходного пункта».*

Логически безупречный список аксиом геометрии был указан на рубеже XIX – XX вв. немецким математиком Д. Гильбертом.

● **Основными фигурами в пространстве являются точка, прямая и плоскость.** О точке и

прямой мы вели разговор на уроках планиметрии. Остановимся теперь на плоскости.

● Плоскость мы представляем себе как ровную поверхность крышки стола, доски и т. д.

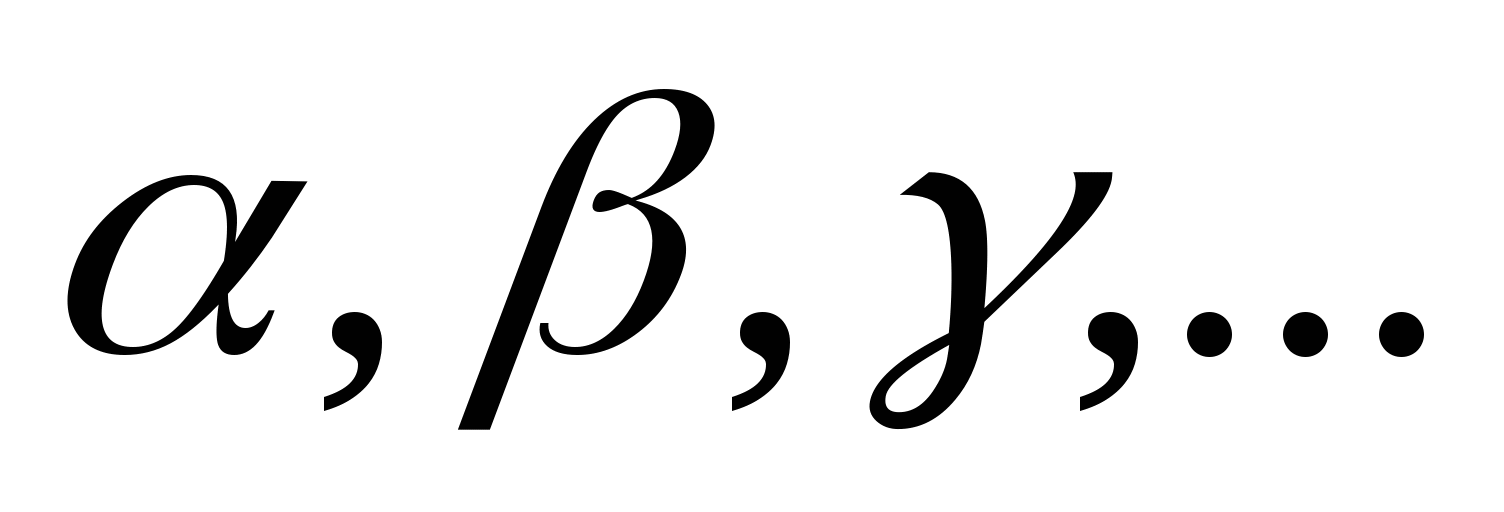
Изображать плоскость мы будем в виде параллелограмма или в виде произвольной

области.

hello_html_m68ba5df4.gifhello_html_38d1bf23.gif

● Плоскость, как и прямая, бесконечна. На рисунке мы изображаем только часть плоскости,

но представляем её неограниченно продолженной во все стороны. **Плоскости обозначают**

**греческими буквами **

● Введение нового геометрического образа (плоскости) заставляет расширить, известную

нам в планиметрии, систему аксиом. Поэтому вводится группа аксиом С, которая

выражает основные свойства плоскости в пространстве. Эта группа состоит из трёх аксиом.

Сформулируем их.

**С1: *Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой***

***плоскости, и точки, не принадлежащие ей.***

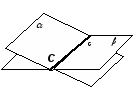
hello_html_m572fb6ae.gif

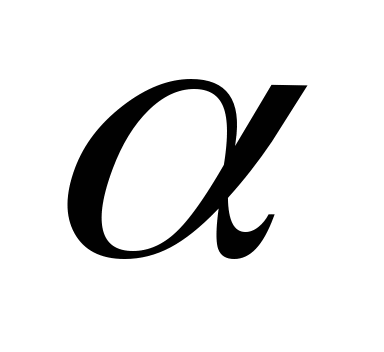
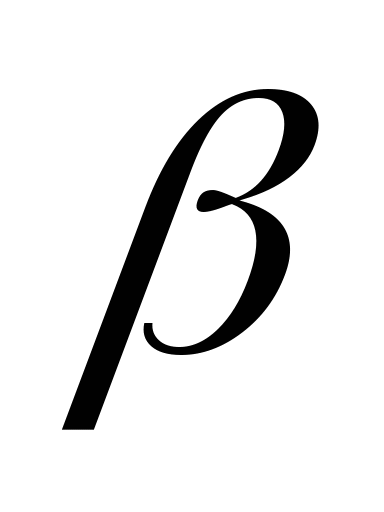
Например, на данном рисунке точки А и С принадлежат плоскости α, а точки D, B и K ей

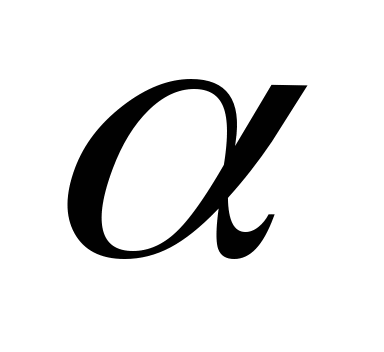
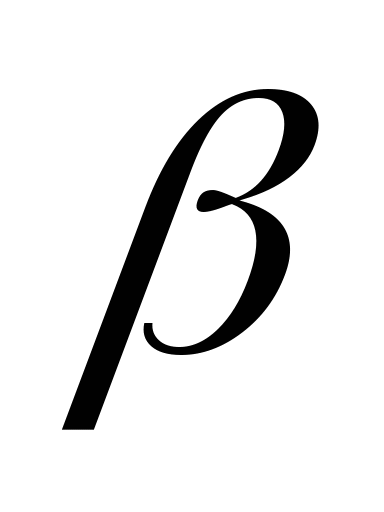
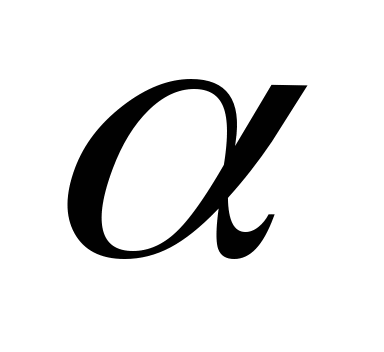
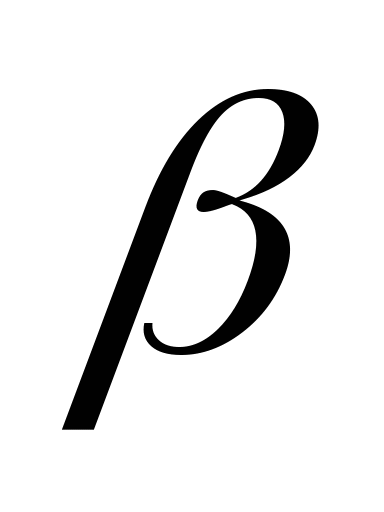
не принадлежат.

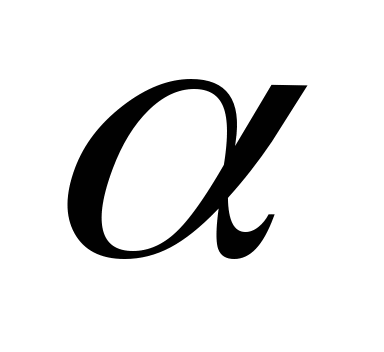
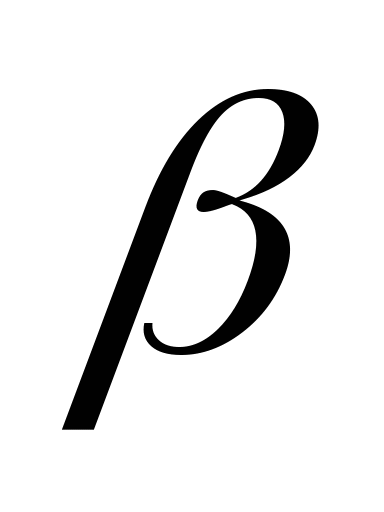
**С2*: Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по***

***прямой, проходящей через эту точку.***



Этой аксиомой утверждается, что если две различные плоскости  и  имеют общую точку С, то существует прямая *c,*принадлежащая каждой из этих плоскостей. При этом если точка С принадлежит обеим плоскостям, то она принадлежит прямой *c.*

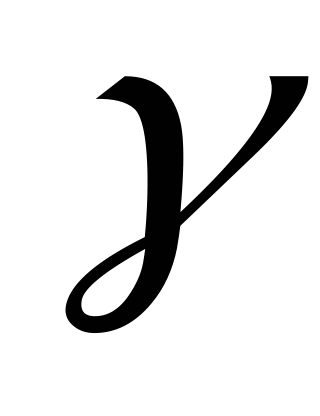
То есть совокупность всех общих точек плоскостей  и  есть прямая, которая, конечно, проходит через указанную в аксиоме общую точку. Можно сказать иначе: общие точки плоскостей  и  составляют прямую (но не просто лежат на одной прямой).

Независимо от способа выражения смысл аксиомы С2 в том, что если плоскости  и  различны и пересекаются (имеют хотя бы одну общую точку), то их пересечением является прямая (а не какая-нибудь другая линия, фигура).

**С3: *Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести***

***плоскость, и притом только одну.***

hello_html_36c6bb51.gif

Это значит, что если две различные прямые имеют общую точку С, то существует плоскость , содержащая прямые *а* и *b*. Плоскость, обладающая этим свойством, единственна.

● Аксиомы выражают интуитивно ясные свойства плоскостей, их связь с двумя другими

основными фигурами стереометрии – с прямыми и точками.

● Рассмотренные аксиомы С1 – С3 относятся только к плоскостям, и к ним необходимо

добавить аксиомы о прямых, аналогичные соответствующим планиметрическим

аксиомам.

● Таким образом, система аксиом стереометрии состоит из аксиом планиметрии и группы

аксиом С.

*Система аксиом стереометрии.*

*I1: Какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и*

*точки, не принадлежащие ей.*

*I2: Через любые две точки можно провести прямую, и только одну.*

*II: Из трёх точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими.*

*III: Каждый отрезок имеет определённую длину, большую нуля. Длина отрезка равна*

*сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.*

*IV: Прямая принадлежащая плоскости, разбивает эту плоскость на две полуплоскости.*

*V: Каждый угол имеет определённую градусную меру, большую нуля. Развёрнутый угол*

*равен 180º. Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, на которые он*

*разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами.*

*VI: На любой полупрямой от её начальной точки можно отложить отрезок заданной*

*длины, и только один.*

*VII: От полупрямой на содержащей её плоскости в заданную полуплоскость можно*

*отложить угол с заданной градусной мерой, меньшей 180º, и только один.*

*VIII: Каков бы ни был треугольник, существует равный ему треугольник в данной*

*плоскости в заданном расположении относительно данной полупрямой в этой*

*плоскости.*

*IX: На плоскости через данную точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не*

*более одной прямой, параллельной данной.*

*С1: Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой*

*плоскости, и точки, не принадлежащие ей.*

*С2: Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по*

*прямой, проходящей через эту точку.*

*С3: Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести*

*плоскость, и притом только одну.*

● *Замечание.* В планиметрии мы имеем одну плоскость, на которой располагались все

рассматриваемые нами фигуры. В стереометрии много, даже бесконечно много, плоскостей.

В связи с этим формулировки некоторых аксиом планиметрии как аксиом стереометрии

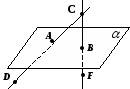
требуют уточнения. Это относится к аксиомам IV, VII, VIII, IX.

**3.Закрепление изученного материала.**

► По рисунку ответьте на вопросы:

***1) Какие точки принадлежат плоскости α?***

***2) Какие точки не принадлежат плоскости α?***



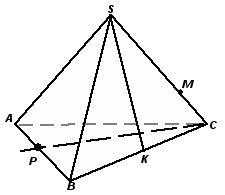
► По рисунку ответьте на вопросы.

***1) Каким плоскостям принадлежит точка: А; М; К; S; P?***

***2) Вне каких плоскостей лежит точка: М; К; А; P; S?***

***3) По какой прямой пересекаются плоскости: 1) ABS и BSC; 2) ABC и ASC;***

***3) ABC и ABS; 4) ABS и ASC; 5) PSC и ABC.***



► Решение задач:

***1. Могут ли две различные плоскости иметь только одну общую точку?***

***2. Каково взаимное расположение двух прямых пространстве, если они имеют две общие***

***точки?***

1. ***Могут ли две различные прямые в пространстве иметь более одной общей точки?***
2. ***Столяр проверяет, лежат ли ножки стула в одной плоскости, при помощи двух нитей. Объясните, как он это делает.***
3. ***Докажите, что все вершины четырёхугольника принадлежат одной плоскости, если его диагонали пересекаются.***